УДК 629.331

М.Г. Черевастов, Ю.И. Молев

ПРИМЕНЕНИЕ КВАДРАТИЧНОЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОСТИ АВТОМОБИЛЯ, ОБЛАДАЮЩЕГО НЕДОСТАТОЧНОЙ ПОВОРАЧИВАЕМОСТЬЮ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

На основе применения косвенного интегрального метода оценки качества переходного процесса проведено исследование реакции автомобиля, обладающего недостаточной поворачиваемостью, на ступенчатое управляющее воздействие. За критерий качества переходного процесса взята квадратичная интегральная оценка. В результате проведенного исследования построены зависимости величины интегральной оценки от различных конструктивных параметров автомобиля и параметров его движения, сделаны выводы о влиянии последних на данную оценку и управляемость транспортного средства.

Ключевые слова: квадратичная интегральная оценка, недостаточная поворачиваемость, управляемость автомобиля.

При изучении управляемости автомобиля возможно рассмотрение как установившихся режимов движения транспортного средства, так и переходных процессов, вызванных управляющим воздействием водителя. Протекание установившегося режима в большей степени характеризуется передаточным коэффициентом, связывающим входные возмущения, приложенные к автомобилю, с реакциями автомобиля на эти возмущения. Величина данного коэффициента непосредственно влияет на управляемость, а большие его значения значительно ухудшают управление колесной машиной [1]. Не менее важным при исследовании управляемости автомобиля является освещение вопроса, связанного с оценкой качества вызываемого переходного процесса как результата приложенного управляющего воздействия, с позиции отставания реакции по угловой скорости автомобиля от угла поворота управляемых колес. Для изучения качества переходного процесса с применением косвенного метода оценки нами задействовалась квадратичная интегральная оценка, широко используемая в теории автоматического управления и регулирования [2]. Общее выражения для ее определения выглядит следующим образом (1):

$$J_0 = \int_0^{\infty} (\Delta\omega)^2 \, dt \tag{1}$$

где $\Delta\omega = \omega(t) - \omega(\infty)$; $\omega(t)$ и $\omega(\infty)$ – мгновенная угловая скорость автомобиля, и угловая скорость после завершения переходного процесса соответственно.

В настоящей статье также использованы следующие обозначения:

a – расстояние от центра тяжести автомобиля до передней оси;

b – расстояние от центра тяжести автомобиля до задней оси;

θ_n – угол поворота управляемых колес;

C_1 – коэффициент сопротивления уводу шин передних колес;

C_2 – коэффициент сопротивления уводу шин задних колес;

J_z – момент инерции автомобиля, относительно вертикальной оси, проходящей через его центр тяжести;

L – колесная база;

M – масса автомобиля;

V – поступательная скорость автомобиля.

Исходя из условия, определяющего наличие недостаточной поворачиваемости автомобиля $aC_1 - bC_2 > 0$, возможны два основных варианта установления реакции по угловой скорости, при одном из которых реакция нарастает монотонно апериодически, при другом − носит колебательный характер. Условием первого варианта является $aC_1 - bC_2 > \frac{4J_z V^2}{L^2}$, для второго $0 < aC_1 - bC_2 < \frac{4J_z V^2}{L^2}$. Таким образом, для вычисления косвенной интегральной оценки необходимо рассматривать свой соответствующий интервал. Прежде чем перейти к вычислению интегральной оценки, напомним, что для определения зависимости $\omega = f(t)$, описывающей переходный процесс, нами использовалась запись уравнений движения автомобиля в форме производных устойчивости [3] с характерной для нее отрицательной величиной коэффициента сопротивления боковому уводу колеса. Управляющее воздействие является известной функцией времени – мгновенное изменение угла поворота управляемых колес в начальный момент времени до нового установившегося значения.

Проанализируем случай, когда переходный процесс носит колебательный характер. Выражение для угловой скорости автомобиля, вызванной управляющим воздействием, являющимся известной функцией времени, в этом случае будет иметь следующий вид (2):

$$\omega(t) = T_1 + T_4 e^{-\frac{B_1}{2}t} \sin(\omega_k t + \varphi_k), \tag{2}$$

где $B_1 = -\frac{L(aC_1 + bC_2)}{J_z V}$; $B_2 = \frac{MV^2(aC_1 - bC_2) + L^2 C_1 C_2}{J_z M V^2}$; $\omega_k^2 = B_2 - \left(\frac{B_1}{2}\right)^2$;

$$T_1 = \omega(\infty) = \frac{\theta_n L V}{L^2 + MV^2\left(\frac{a}{C_2} - \frac{b}{C_1}\right)};\ T_2 = -T_1;$$

$$T_3 = \frac{\theta_n}{J_z}\left(\frac{L^2(aC_1 + bC_2)}{L^2 + MV^2\left(\frac{a}{C_2} - \frac{b}{C_1}\right)} - aC_1\right);$$

$$Z = -\frac{T_2}{\omega_k}\left(\frac{B_1}{2} - \frac{T_3}{T_2}\right);$$

при $Z > 0$ имеем $T_4 = \sqrt{T_2^2 + Z^2}$ $\varphi_k = \arcsin\left(\frac{T_2}{\sqrt{T_2^2 + Z^2}}\right)$;

при $Z < 0$ имеем $T_4 = -\sqrt{T_2^2 + Z^2}$ $\varphi_k = -\arcsin\left(\frac{T_2}{\sqrt{T_2^2 + Z^2}}\right)$.

Далее находим:

$$\Delta\omega = T_1 + T_4 e^{-\frac{B_1}{2}t} \sin(\omega_k t + \varphi_k) - T_1 = T_4 e^{-\frac{B_1}{2}t} \sin(\omega_k t + \varphi_k).$$

Теперь определим $(\Delta\omega)^2$:

$$(\Delta\omega)^2 = T_4^2 e^{-B_1 t} \sin^2(\omega_k t + \varphi_k) = T_4^2 e^{-B_1 t}\left(\frac{1 - \cos(2\omega_k t + 2\varphi_k)}{2}\right) =$$

$$= \frac{T_4^2}{2} e^{-B_1 t} - \frac{T_4^2}{2} e^{-B_1 t} \cos(2\omega_k t + 2\varphi_k).$$

На следующем этапе переходим к нахождению квадратичной интегральной оценки, подставляя полученное выше выражение для $(\Delta\omega)^2$ в формулу (1). Получаем:

$$J_0=\int_0^\infty\left(\frac{T_4^2e^{-B_1t}}{2}-\frac{T_4^2e^{-B_1t}}{2}\cos(2\omega_kt+2\varphi_k)\right)dt=$$

$$=\int_0^\infty\frac{T_4^2e^{-B_1t}}{2}dt-\int_0^\infty\frac{T_4^2e^{-B_1t}}{2}\cos(2\omega_kt+2\varphi_k)dt\ .$$

Запишем отдельно решение для каждого интеграла:

$$1.\ \int_0^\infty\frac{T_4^2e^{-B_1t}}{2}dt=-\frac{T_4^2}{2B_1}e^{-B_1t}\Big|_0^\infty=\frac{T_4^2}{2B_1}\ .$$

$$2.\ \int_0^\infty\frac{T_4^2e^{-B_1t}}{2}\cos(2\omega_kt+2\varphi_k)dt=\frac{T_4^2}{2}\int_0^\infty e^{-B_1t}\cos(2\omega_kt+2\varphi_k)dt\ .$$

Обозначим $R=\int_0^\infty e^{-B_1t}\cos(2\omega_kt+2\varphi_k)dt$.

Проведя двойное последовательное интегрирование по частям, получим выражение для R:

$$R=\frac{B_1\cos(2\varphi_k)-2\omega_k\sin(2\varphi_k)}{B_1^2+4\omega_k^2}\ .$$

Окончательно имеем:

$$J_0=\frac{T_4^2}{2}\left(\frac{1}{B_1}-\frac{B_1\cos(2\varphi_k)-2\omega_k\sin(2\varphi_k)}{B_1^2+4\omega_k^2}\right). \tag{3}$$

Выражение (3) дает зависимость косвенной интегральной оценки от различных параметров, связанных как с конструкцией автомобиля, так и с параметрами его движения при колебательном законе переходного процесса установления угловой скорости автомобиля.

Перейдем к рассмотрению другого варианта, когда установление угловой скорости автомобиля происходит монотонно апериодически и описывается выражением (4):

$$\omega(t)=E_1+E_2e^{s_1t}+E_3e^{s_2t}, \tag{4}$$

где $s_{1,2}=\dfrac{-B_1\pm\sqrt{B_1^2-4B_2}}{2}$; $E_1=\omega(\infty)=\dfrac{A_2}{s_1s_2}$; $E_2=\dfrac{A_1+E_1s_2}{s_1-s_2}$; $E_3=-(E_1+E_2)$;

$$A_1=-\frac{aC_1\theta_n}{J_z};\ A_2=\frac{LC_1C_2\theta_n}{MVJ_z}\ .$$

Тогда выражение для $\Delta\omega$ будет выглядеть следующим образом:

$$\Delta\omega=E_1+E_2e^{s_1t}+E_3e^{s_2t}-\omega(\infty)=E_2e^{s_1t}+E_3e^{s_2t}\ .$$

Далее найдем $(\Delta\omega)^2$: $(\Delta\omega)^2=\left(E_2e^{s_1t}+E_3e^{s_2t}\right)^2=E_2^2e^{2s_1t}+2E_2E_3e^{(s_1+s_2)t}+E_3^2e^{2s_2t}$.

Вычислим интеграл (1) при условии, что $s_1<0, s_2<0$:

$$J_0=\int_0^\infty\left(E_2^2e^{2s_1t}+2E_2E_3e^{(s_1+s_2)t}+E_3^2e^{2s_2t}\right)dt=E_2^2\int_0^\infty e^{2s_1t}dt+2E_2E_3\int_0^\infty e^{(s_1+s_2)t}dt+E_3^2\int_0^\infty e^{2s_2t}dt=$$

$$=\frac{E_2^2}{2s_1}e^{2s_1t}\Big|_0^\infty+\frac{2E_2E_3}{s_1+s_2}e^{(s_1+s_2)t}\Big|_0^\infty+\frac{E_3^2}{2s_2}e^{2s_2t}\Big|_0^\infty=\left(0-\frac{E_2^2}{2s_1}\right)+\left(0-\frac{2E_2E_3}{s_1+s_2}\right)+\left(0-\frac{E_3^2}{2s_2}\right)=$$

$$= -\frac{E_2^2}{2s_1} - \frac{2E_2E_3}{s_1+s_2} - \frac{E_3^2}{2s_2}.$$

Окончательно запишем:

$$J_0 = -\left(\frac{E_2^2}{2s_1} + \frac{2E_2E_3}{s_1+s_2} + \frac{E_3^2}{2s_2}\right). \quad (5)$$

Выражение (5) устанавливает функциональную связь между квадратичной интегральной оценкой и различными параметрами автомобиля и его движения.

Для наглядной демонстрации общей тенденции приведем результаты расчетов величины интегральной оценки для грузового автомобиля категории *N1* ($C_1 = -80000\left[\frac{H}{рад}\right], C_2 = -160000\left[\frac{H}{рад}\right]$).

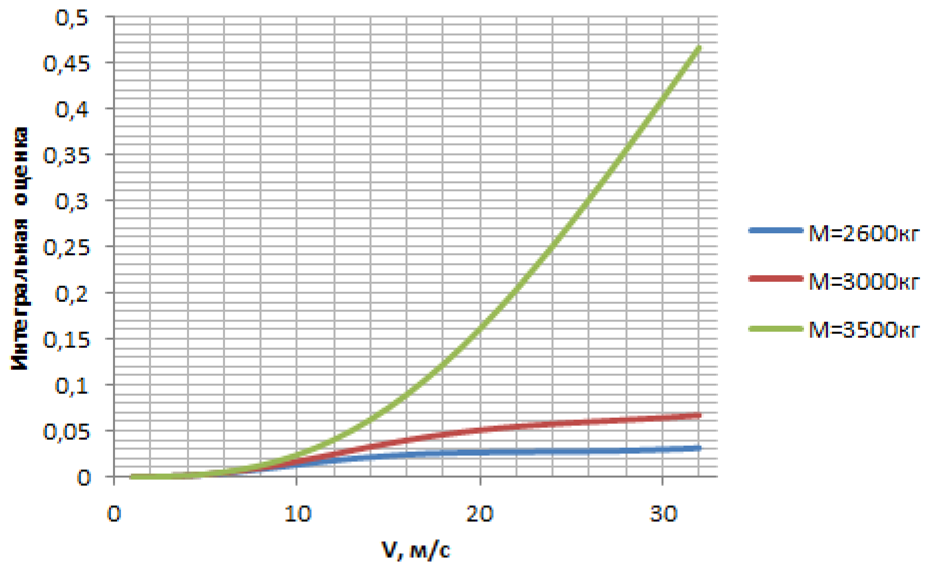

Рис. 1. Зависимость косвенной квадратичной интегральной оценки от скорости движения автомобиля при различных величинах его массы для случая *L* = 2,9 м

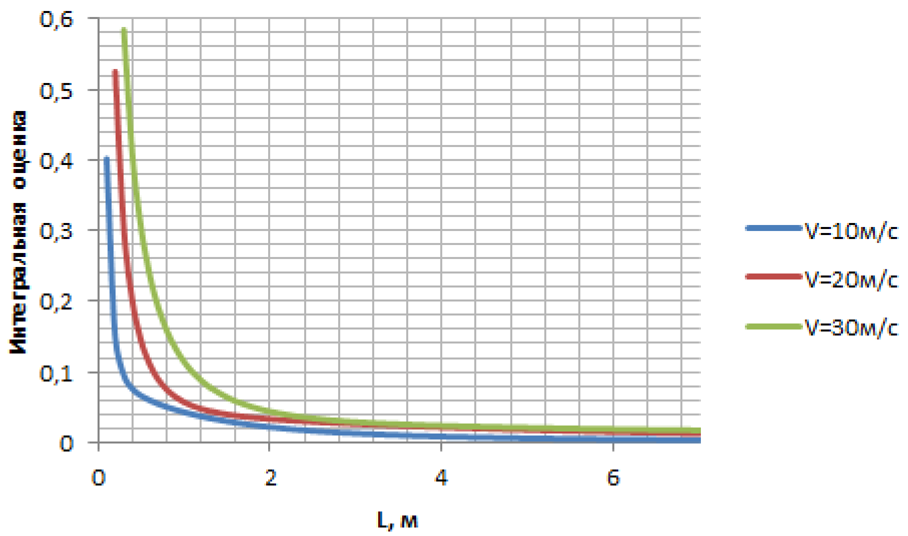

Рис. 2. Зависимость косвенной квадратичной интегральной оценки от величины колесной базы автомобиля при различных значениях скорости для случая M = 2600 кг

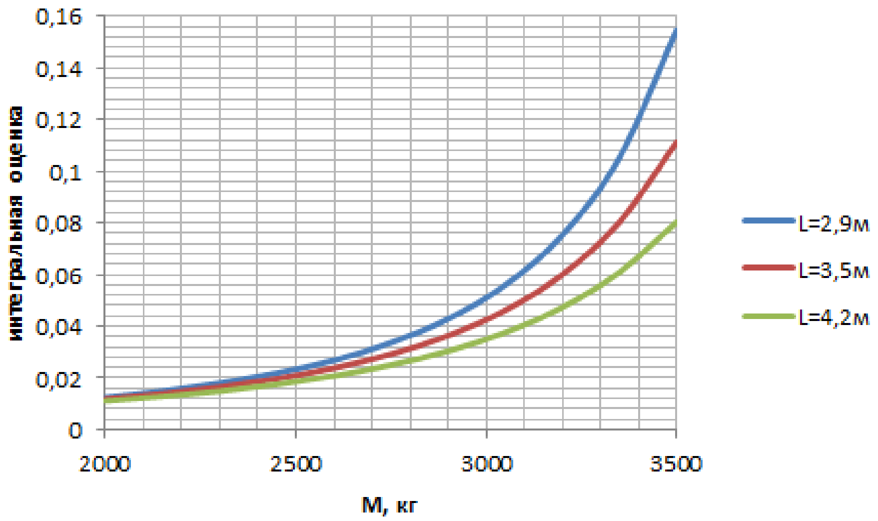

Рис. 3. Зависимость косвенной квадратичной интегральной оценки от массы автомобиля при различных значениях колесной базы для случая V = 20 м/с

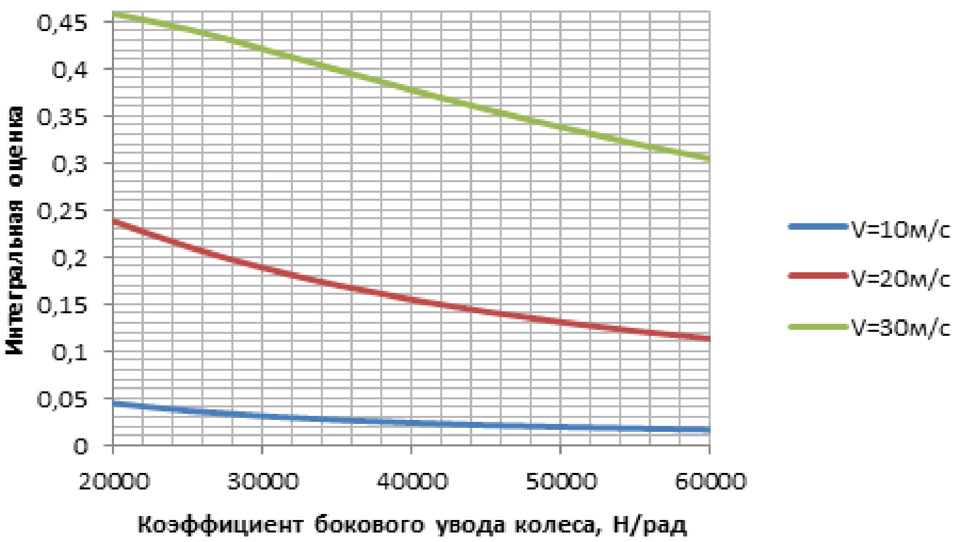

Рис. 4. Зависимость косвенной квадратичной интегральной оценки от абсолютной величины коэффициента сопротивления боковому уводу колеса автомобиля при различных значениях скорости для случая М = 3500 кг

На рис. 1-4 изображены зависимости величины квадратичной интегральной оценки автомобиля, обладающего недостаточной шинной поворачиваемостью, от скорости движения, значения колесной базы, массы автомобиля и коэффициента сопротивления боковому уводу колеса (при условии идентичности всех колес) для всего диапазона изменения указанных параметров транспортного средства, определяющих условия эксплуатации. Как видно из приведенных графиков, интегральная оценка тем больше, чем больше значения скорости и массы автомобиля, и наоборот: тем меньше, чем больше величины колесной базы и коэффициента сопротивления боковому уводу колеса. Как известно из теории автоматического управления и регулирования, оптимальные параметры системы определяют по минимуму интегральной оценки, т.е., чем меньше значение оценки, тем выше качество переходного процесса. Следуя этому ходу рассуждений, мы будем иметь минимальную интегральную оценку при как можно меньшей массе автомобиля, обладающего максимально возможно большой колесной базой и колесами снабженными шинами, имеющими максимально возможный коэффициент сопротивления боковому уводу. Получив представление об изменении интегральной оценки от различных параметров, необходимо далее установить связь между быстродействием автомобиля как чисто механической системы и качеством переходного процесса по изменению угловой скорости транспортного средства.

Рассмотрим частный случай зависимости длительности переходного процесса от интегральной оценки при изменении величины колесной базы в широком диапазоне. На рис. 5 и 6 изображены графики, описывающие данную связь.

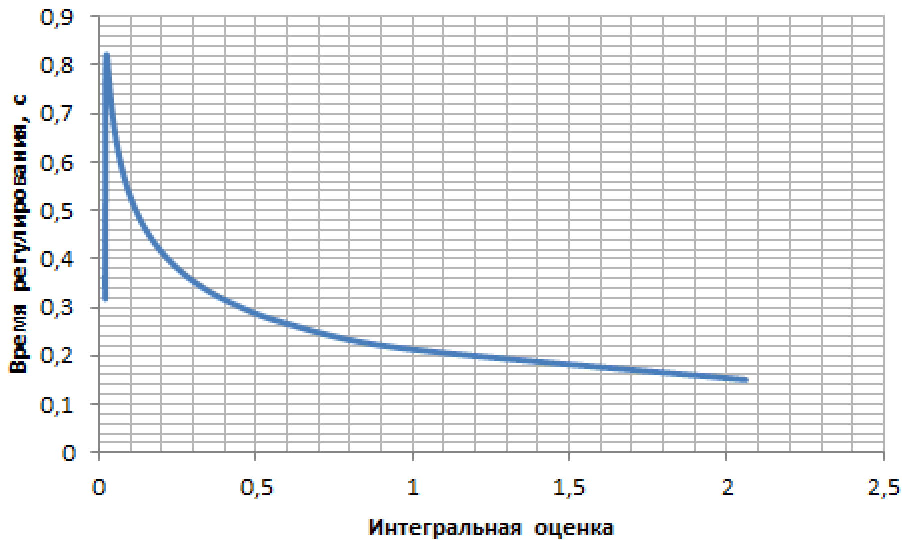

Рис. 5. Зависимость длительности переходного процесса (времени регулирования) от значения косвенной квадратичной интегральной оценки для случая M = 2600 кг и V= 30 м/с

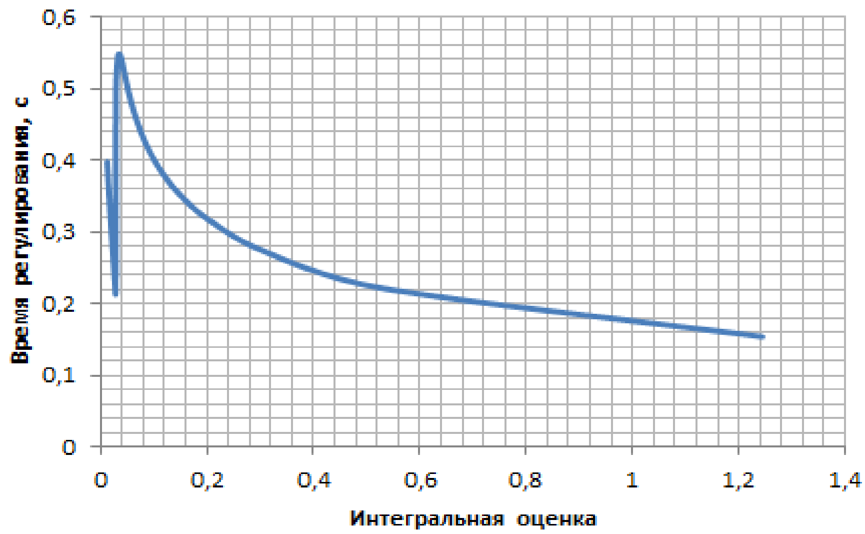

Рис. 6. Зависимость длительности переходного процесса (времени регулирования) от значения косвенной квадратичной интегральной оценки для случая M = 2600 кг и V = 20 м/с

При построении графиков, изображенных на рис. 5 и 6, величина L изменялась в диапазоне от 0,1 до 7 м с шагом 0,1 м, искомая зависимость получалась путем вычислений строго определенных величин времени переходного процесса и интегральной оценки, соответствующих конкретному значению L (увеличение длины колесной базы соответствует уменьшению интегральной оценки). Как видно из графиков, при монотонном увеличении длины колесной базы длительность переходного процесса сначала возрастает до своего максимума, затем резко уменьшается и далее снова возрастает, т.е. быстродействие сначала уменьшается, затем резко возрастает и снова начинает уменьшаться. При этом во всем рассматриваемом диапазоне качество переходного процесса монотонно возрастает.

Таким образом, для автомобиля, обладающего недостаточной поворачиваемостью, при увеличении колесной базы наблюдается улучшение качества переходного процесса, сопровождающееся уменьшением быстродействия. В других случаях, т.е., при изменении массы автомобиля, скорости его движения или коэффициента сопротивления боковому уводу повышение качества переходного процесса соответствует увеличению быстродействия.

Библиографический список

1. **Литвинов, А.С.** Управляемость и устойчивость автомобиля / А.С. Литвинов. – М.: Машиностроение, 1971. – 416 с.
2. **Воронов, А.А.** Основы теории автоматического регулирования и управления / А.А. Воронов, В.К. Титов, Б.Н. Новогранов. – М.: Высшая школа, 1977. – 519 с.
3. **Молев, Ю.И.** Теоретический расчет переходной реакции движения автомобиля при заданной функции возмущения / Ю.И. Молев, М.Г. Черевастов // Организация и безопасность дорожного движения: материалы XI международной науч.-практ. конф.: в 2 т. / отв. ред. Д.А. Захаров. – Тюмень: ТИУ, 2018. Т. 2. – С. 89-95.

Дата поступления
в редакцию: 25.04.2019

M.G. Cherevastov, Yu.I. Molev

APPLICATION OF SQUARE INTEGRAL EVALUATION FOR THE STUDY OF THE CONTROLLABILITY OF A CAR OWNED WITH INSUFFICIENT TURNABILITY

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev

Purpose: No determine the expression for calculating the indirect integral assessment of the quality of the transition process caused by the control action on the steering of a car with understeer.
Design/methodology/approach: In this paper, based on the application of an indirect integral method of assessing the quality of the transition process, a study was conducted of the vehicle’s understeer response to a stepped control effect. The quadratic integral estimate is taken as the criterion for the quality of the transition process. As a result of the study, the dependences of the integral evaluation value on various design parameters of the vehicle and the parameters of its movement were constructed, conclusions were made on the impact of the latter on this assessment and the controllability of the vehicle.
Findings: In a car with understeer, with an increase in the wheelbase there is an improvement in the quality of the transition process, accompanied by a decrease in speed. In other cases, that is, when the vehicle weight, speed or drag coefficient of the lateral withdrawal change, the quality of the transition process corresponds to an increase in speed.
Research limitations / consequences: The paper used a flat one-mass calculation model of the car, which has its characteristic assumptions. The perturbing effect on steering is a well-known function of time and is purely idealized (step change).

Key words: square integral evaluation, understeer, car handling.