

На правах рукописи

**ХАЗОВ Павел Алексеевич**



**ВЛИЯНИЕ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МАТЕРИАЛОВ  
НА ПАРАМЕТРЫ УПРУГИХ ВОЛН**

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Нижний Новгород– 2017

Работа выполнена в: ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет» и в Институте проблем машиностроения РАН – филиале ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук, профессор  
**Ерофеев Владимир Иванович**

**Официальные оппоненты:**

**Антуфьев Борис Андреевич**

доктор технических наук, профессор  
Московский авиационный институт, г.Москва,  
профессор кафедры «Сопротивление материалов,  
динамика и прочность машин»

**Зазнобин Виктор Александрович**

кандидат технических наук  
ООО «Газпром трансгаз Нижний Новгород»,  
г.Нижний Новгород, заместитель начальника службы  
неразрушающего контроля и диагностики.

**Ведущая организация:**

ОАО «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики  
технических систем» (АО «НИЦ КД»), г.Нижний Новгород

Защита состоится «21» декабря 2017 года в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д212.165.08 при ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева» по адресу: 603950. г.Нижний Новгород, ул.Минина, д.24, корп.1, ауд.1315.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева» по адресу:

<http://www.nntu.ru/content/aspirantura-i-doktorantura/dissertacii>

Автореферат разослан: «    »                    2017 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета



Грамузов Евгений Михайлович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Конструкционные материалы на протяжении всего срока эксплуатации должны удовлетворять требованиям прочности, жесткости и устойчивости. В процессе работы под воздействием нагрузок увеличивается количество рассеянных в объеме материала микрповреждений различной природы – микротрещин, микропор, дефектов, вызванных напряжениями на поверхности ядер кристаллизации и пр. В результате этого процесса, называемого накоплением повреждений, элемент может как потерять свои эксплуатационные свойства, что приведет к невозможности его нормальной работы, так и к полному разрушению, что, в свою очередь, может стать причиной серьезной аварии.

В настоящее время вопросам, изучающим накопление повреждений, уделяется особое внимание, как в России, так и за рубежом. Все материалы изначально содержат в себе микродефекты различного рода. В процессе эксплуатации наблюдается непрерывный рост этих микродефектов, в конечном счете, приводящий к образованию макротрещин – разрушению материала. Исследования в данной области должны привести к разработке универсальной методики, позволяющей:

- определить остаточный ресурс в виде оставшегося срока эксплуатации, количества циклов до разрушения и пр.;

- оценить изменение физико-механических характеристик материала в процессе его эксплуатации, вызванные накоплением повреждений (уменьшение упругого отклика тела, изменение модуля Юнга, изменение термодинамических, электродинамических, акустических и прочих характеристик);

Обеспечение долговечности конструкционных материалов в настоящее время является одной из наиболее актуальных и, в то же время, открытых тем для исследования. Анализ большого числа аварий на объектах различных отраслей показывает, что их можно было бы избежать в случае наличия более точных теорий, позволяющих спрогнозировать или вовремя выявить чрезмерное накопление микродефектов и различных микрповреждений.

Выявление и численная оценка количества микродефектов является важной задачей современной науки и техники. Для ее решения существуют различные методы, позволяющие оценить поврежденность материала, не прибегая к его разрушению. Одним из наиболее перспективных методов неразрушающего контроля является акустический метод, основанный на волновой теории. Помимо этого оценка поврежденности материала возможна при анализе распространения изгибных волн в изучаемых конструкциях.

Рассмотренные задачи могут найти применение в следующих областях:

1. Оценка существующего уровня поврежденности материала в эксплуатируемой конструкции.
2. Прогнозирование процессов накопления повреждений на стадии производства материалов, проектирования конструкций, эксплуатации.

Диссертационная работа проводилась по программе ФНИ Государственных академий наук на 2013-2020гг. (Раздел 3 «Технические науки». Подраздел 30 «Методы анализа и синтеза многофункциональных механизмов и машин для перспективных технологий и новых человеко-машинных комплексов. Динамические и виброакустические процессы в технике»). По теме 0055-2014-0002, № госрегистрации 01201458047. Развитие теории нелинейной волновой динамики и виброакустики машин и ее приложение к анализу устойчивости распределенных механических систем с высокоскоростными движущимися нагрузками, созданию методов и средств диагностики конструкций на ранних стадиях повреждения и разработке высокоэффективных адаптивных систем виброзащиты машин (Научный руководитель: профессор Ерофеев В.И.). При поддержке гранта Российского научного фонда «Динамика и устойчивость систем «грунт-рельсовая направляющая – высокоскоростной движущийся объект» с учетом эффектов излучения волн и накопления повреждений в материалах конструкций» (РНФ №14-19-01637 (конкурс «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами»); руководитель: профессор Ерофеев В.И.);

**Цель работы:** изучить влияние поврежденности материала конструкции на характеристики распространяющихся в нем упругих волн, на основании чего может быть предложена математическая модель, позволяющая выявить существующие повреждения и спрогнозировать их нарастание.

В соответствии с изложенной целью работ поставлены и решены следующие задачи:

- Выбор математических моделей, изучающих задачи механики сплошных сред (распространение продольных и поперечных упругих волн) совместно с задачами накопления повреждений;
- Постановка и решение ряда задач о влиянии параметра поврежденности материала на дисперсию и затухание продольной упругой волны;
- Анализ распространения поперечной волны в поврежденной струне, расположенной на упругом основании;
- Влияние на характер распространения поперечной волны движущейся по струне нагрузки.

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

- Показано, что в случае распространения упругой волны в поврежденном материале наблюдается аномальная дисперсия, а так же возможны случаи возникновения отрицательных групповых скоростей.

- Показано влияние поврежденности на существенное искривление мгновенного профиля акустической волны, а так же на ее затухание в различных частотных диапазонах.
- Показано, что в поврежденном материале скорость распространения акустической волны является частотно-зависимой величиной, при малых частотах эта скорость выше;
- Определено, что баланс между нелинейностью и диссипацией может привести к формированию локализованной слабой ударной волны деформации. Ширина ударной волны будет расти, а ее скорость будет уменьшаться с увеличением параметра, характеризующего поврежденность материала;
- Проведена оценка влияния поврежденности материала на проявление эффекта акустоупругости, применяющегося для определения напряжений акустическим методом.
- Проанализированы дисперсия и диссипация волн, распространяющихся в поврежденном материале струны, расположенной на упругом основании.
- Показано, что в результате излучения волн движущимся по направляющей с поврежденностью источником силы, появляется горизонтальная составляющая силы реакции со стороны направляющей, которая может быть направлена как в сторону движения нагрузки, т.е. способствовать её движению, так и против, т.е. оказывать сопротивление движению нагрузки.

**Практическая значимость** работы состоит в возможности создания различных методов неразрушающего контроля, позволяющих выявить существующие повреждения и спрогнозировать их развитие в процессе эксплуатации.

**Методы исследования.** В процессе исследования использованы методы механики сплошных сред, механики разрушений, механики поврежденной среды, теории колебаний и волн.

**Достоверность** полученных результатов и выводов подтверждается их согласованностью с общими положениями механики сплошных сред, механики поврежденной среды, теории колебаний и волн, а также согласованностью результатов расчетов с известными экспериментальными данными.

**На защиту выносятся:**

- Результаты исследований распространения продольных волн в стержне из поврежденного материала.
- Анализ качественно различных вариантов влияния поврежденности на характеристики продольной волны.
- Математические модели, описывающие поперечные колебания в поврежденной струне, расположенной на упругом основании, при движении по ней нагрузки.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались и обсуждались на:

XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 20-24 августа 2015 г.);

LVII Международной конференции «Актуальные проблемы прочности» (24-27 мая 2016г., г.Севастополь);

Всероссийской конференции «Проблемы прочности, динамики и ресурса», посвященной 95-летию со дня рождения А.Г. Угодчикова и 40-летию Научно-исследовательского института механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (16-19 ноября, 2015, Нижний Новгород);

Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (26-28 сентября 2016г., г.Н.Новгород);

XI Всероссийском совещании-семинаре «Инженерно-физические проблемы новой техники» (15-17 апреля 2014 г., МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва);

16-м (13-16 мая 2014) и 17-м (19-22 мая 2015) Международных научно-промышленном форумах «Великие реки» (Н.Новгород).

Работа была поддержана дипломом 1 степени на заседании 17-го международного научно-промышленного форума «Великие реки».

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 19 научных работ, 4 из которых – статьи из перечня журналов, рекомендуемых ВАК РФ.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** дана общая характеристика работы, обоснована ее актуальность, сформулированы основные цели, задачи и положения, выносимые на защиту, определена практическая значимость работы.

### **Глава 1: Основы микромеханики поврежденных сред. Основные типы разрушения конструкций.**

В **первой главе** представляется литературный обзор и изучаются существующие методы оценки поврежденности. В частности, рассматриваются существующие модели поврежденных материалов, изучаются процессы усталости (в том числе с энергетической точки зрения). Рассматривается нормативная инженерная методика расчета конструкций, при эксплуатации которых возникает накопление повреждений, приводящее к эффекту усталости, а так же рассматриваются ее недостатки.

### **Глава 2: Распространение акустических волн в поврежденных материалах**

Во **второй главе** рассказывается о существующих методах неразрушающего контроля. Описываются математические предпосылки, заложенные в акустическом контроле поврежденности материала. Приводится случай недиспергирующей волны, возникающей в материале при отсутствии

повреждений, для которой наблюдается равенство фазовой и групповой скоростей.

Рассматривается влияние поврежденности материала на дисперсию волны. За меру повреждаемости в процессе развития деформации принимается скалярный параметр  $\psi(x,t)$ , характеризующий относительную плотность равномерно рассеянных в единице объема микродефектов. При этом задача считается самосогласованной, включающей в себя, кроме уравнения развития поврежденности

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \alpha \psi = \beta_2 E \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (2.1)$$

уравнение динамики стержня:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - C_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \beta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (2.2)$$

где  $u(x,t)$  - перемещение частиц срединной линии стержня;  $\alpha, \beta_1, \beta_2$  - константы, характеризующие поврежденность материала, а так же связь циклических процессов и процессов накопления повреждений,  $C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  - скорость, с которой бы распространялась акустическая волна в материале с отсутствием повреждений,  $E$  - модуль Юнга,  $\rho$  - плотность материала.

Уравнения (2.1), (2.2) сводятся к одному уравнению относительно перемещения, которое при введении безразмерных переменных принимает вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial T^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \delta \frac{\partial^3 U}{\partial T^3} - \frac{\partial^3 U}{\partial X^2 \partial T} = 0. \quad (2.3)$$

Для описания влияния поврежденности предлагается использование параметра  $\delta = 1 + \frac{\beta_1 \beta_2 E}{\alpha C_0^2}$ , характеризующего отсутствие повреждений в материале и изменяющегося в интервале  $[0;1]$ . При отсутствии повреждений  $\delta = 1$ , в то время как разрушенному материалу соответствует значение  $\delta = 0$ .

На рис.2.1. представлены частотные зависимости действительной и мнимой частей волнового числа для продольной акустической волны, описываемой уравнением (2.3). Видно, что поврежденность приносит в волновой процесс дисперсию и частотно-зависимое затухание.

На рис.2.2, и рис.2.3 показаны частотные зависимости фазовой и групповой скоростей волны. В случае  $\delta = 1$ , фазовая и групповая скорости равны между собой, дисперсия волны отсутствует.

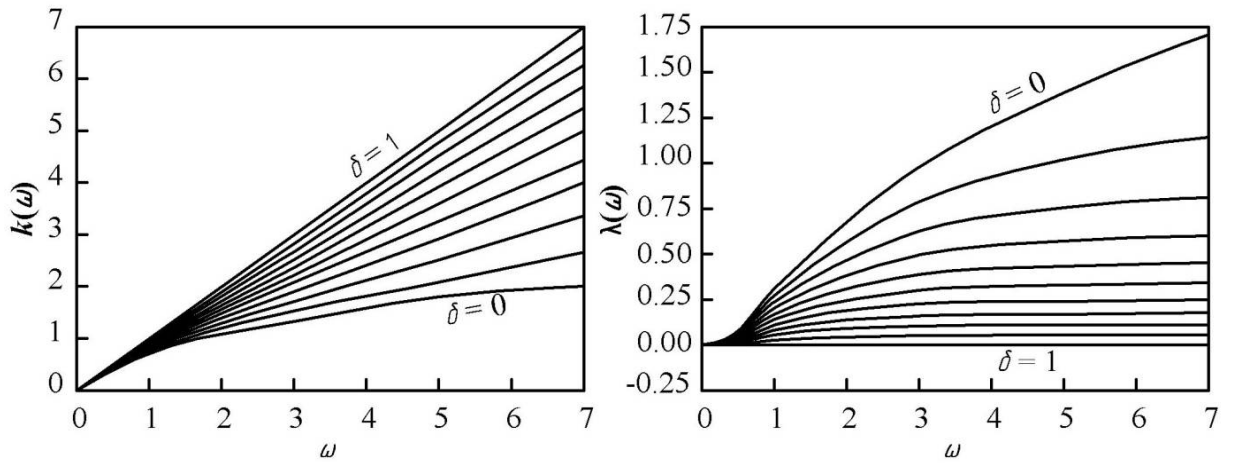


Рис. 2.1. Частотные зависимости  $k(\omega)=Re(\kappa)$  и  $\lambda(\omega)=Im(\kappa)$  при значениях параметра  $\delta$ , лежащих в интервале  $\delta = [0,1]$

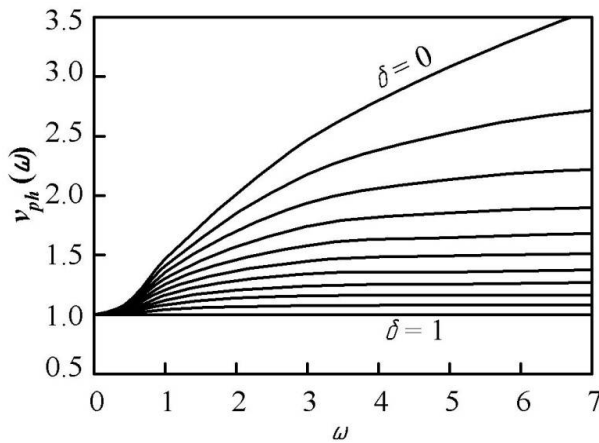


Рис.2.2. Частотная зависимость  $v_{ph}(\omega)$  для различных значений параметра  $\delta$

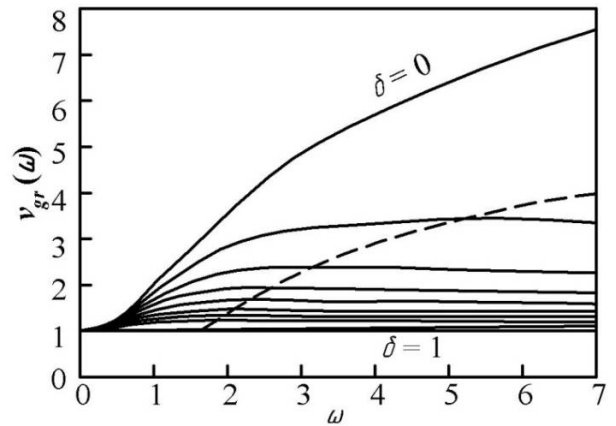


Рис.2.3. Частотная зависимость  $v_{gr}(\omega)$  для различных значений параметра  $\delta$

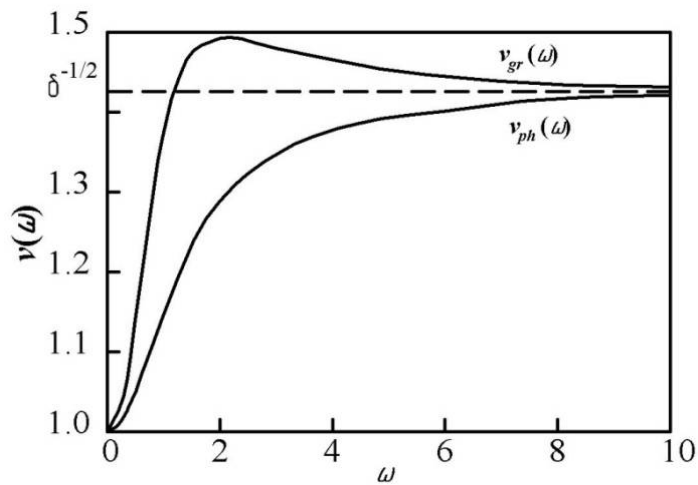


Рис.2.4. Графическое сравнение фазовой и групповой скоростей при фиксированном значении  $\delta$



Существенное различие между поведением фазовой и групповой скоростей заключается в том, что фазовая скорость является монотонной функцией частоты, а групповая скорость имеет максимум, показанный на рис.2.3 пунктирной линией. Сравнение двух скоростей для одного значения  $\delta$  представлено на рис.2.4. В поврежденном материале групповая скорость больше фазовой скорости при любой частоте. Это означает, что поврежденный материал обладает аномальной дисперсией. Этот факт справедлив и для  $\delta < 1$ , поскольку, как упоминалось выше, если  $\delta=1$ , то  $v_{gr} = v_{ph} = 1$ , то есть имеет место недисперсионная модель.

Рассматриваются три различных решения дисперсионного соотношения по отношению к  $\omega$  и  $\mu$ , зависящие от значения параметра  $\delta$ . Эти решения соответствуют следующим значениям  $\delta$ :  $0 < \delta \leq 1/9$ ,  $1/9 < \delta < 1$ ,  $\delta=1$  (рис.2.5). Также приводятся графики для фазовой и групповой скоростей в зависимости от волнового числа для рассмотренных случаев (рис.2.6).

При волновых числах, лежащих в диапазоне  $0 < k < k_\alpha$ , имеет место соотношение  $v_{ph} > v_{gr}$ , а это означает, что тип дисперсии на этом участке является нормальным. При значениях  $k > k_\beta$  имеем  $v_{ph} > v_{gr}$ , это означает, что на этом участке имеет место аномальная дисперсия. Численный анализ показывает, что отрицательная групповая скорость имеет место только в области нормальной дисперсии, если  $0 < \delta < 0,1345$ .

Затем показывается влияние поврежденности на профиль акустической волны. Для этого рассматривается решение уравнения (2.3) со следующими начальными условиями:

$$U(X,0) = A \operatorname{sech}(\gamma X) = \frac{2A}{e^{\gamma X} + e^{-\gamma X}}, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial U(X,0)}{\partial t} = 0, \quad (2.5)$$

где  $A$  – амплитуда,  $\gamma$  – пространственный параметр.

Развитие начального ( $T_0=0$ ) возмущения (2.4), (2.5), прослеживается в течении трех последующих моментов времени (рис.2.7).

Сравнение приведенных случаев показывает различие в дисперсии. Характер затухания возмущений может изменяться и зависит от величины  $\delta$ . В случае с малым значением параметра  $\delta$  ( $\delta=0,05$ , что соответствует материалу с критическим уровнем повреждения) затухание происходит гораздо быстрее, чем в случае, когда  $\delta$  больше ( $\delta=0,5$ , что соответствует материалу, исчерпавшему лишь половину своего ресурса). Этот результат согласуется с различиями в дисперсионных участках графиков  $\mu(k)$ . Начальные участки (при  $T=T_0$ ) в обоих случаях качественно подобны. Это объясняется тем, что в обоих случаях имеет место аномальная дисперсия при больших значениях волнового числа  $k$ . Основное различие между представленными случаями возникает при рассмотрении хвостовой части кривых. При малых значениях параметра  $\delta$  решение ведет себя скорее как решение уравнения диффузии, для больших же

значений  $\delta$  решение ведет себя аналогично решению волнового уравнения. Наличие более громоздкой хвостовой части при малых значениях  $\delta$  объясняется наложением эффектов нормальной дисперсии, отрицательной групповой скорости и наличием зоны разрыва, (см. рис.2.6). При больших значениях параметра  $\delta$  все эти явления отсутствуют.

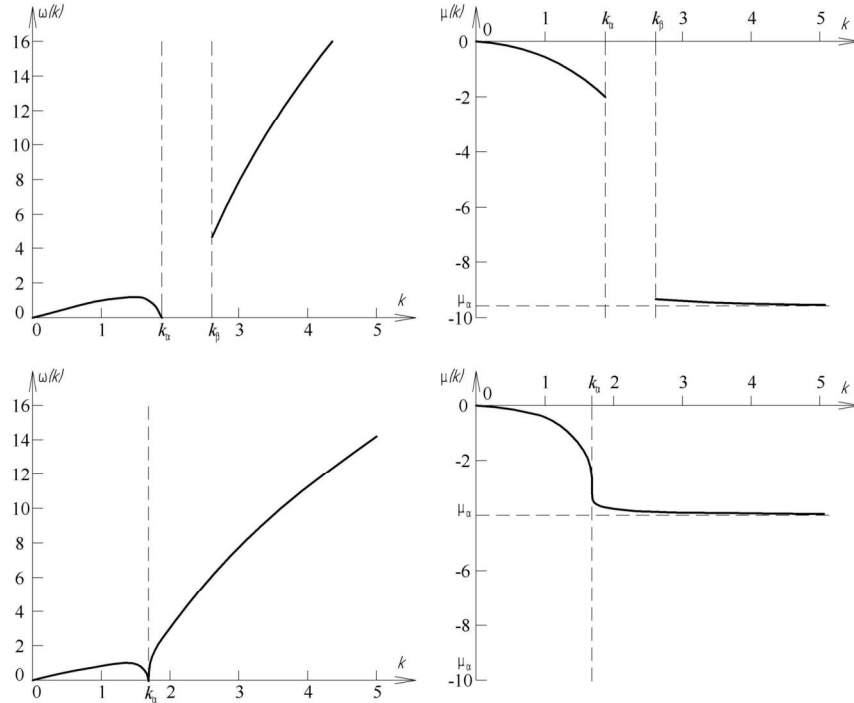


Рис. 2.5. Дисперсионные соотношения  $\omega(k)$  и  $\mu(k)$ , вычисленные при  $\delta=0,05$  (верхний ряд), и  $\delta=1/9$  (нижний ряд).

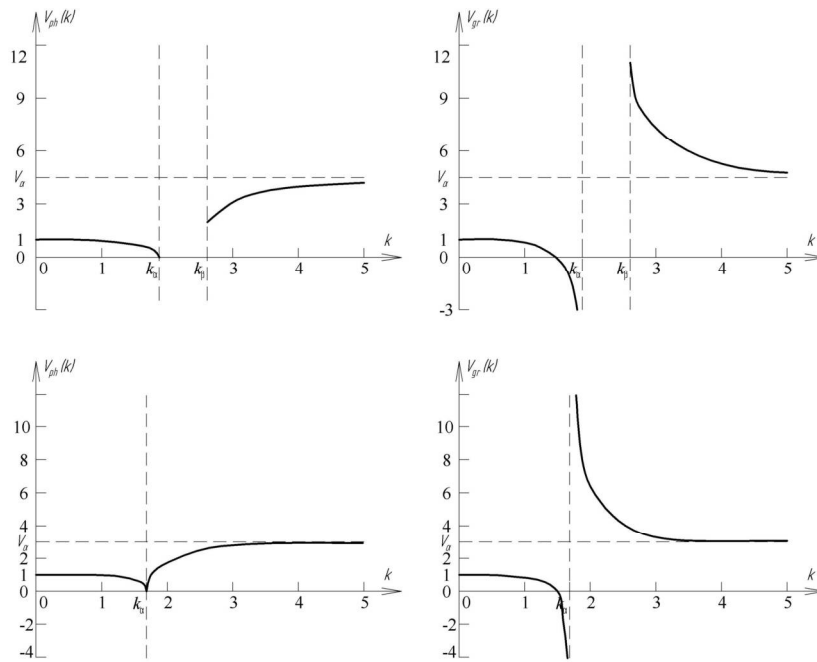


Рис.2.6. Фазовая и групповая скорости, вычисленные при  $\delta=0,05$  (верхний ряд), и  $\delta=1/9$  (нижний ряд).

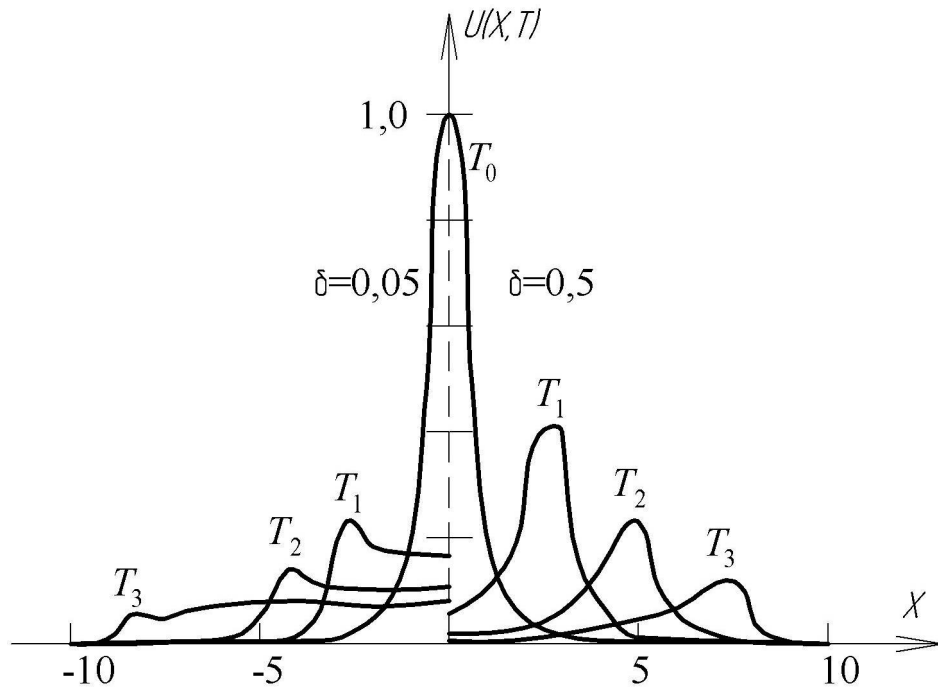


Рис.2.7. Мгновенные профили волны при  $A=1$  и  $\gamma=3$ , определенные в моменты времени  $T_0=0$ ,  $T_1=7/3$ ,  $T_2=14/3$ ,  $T_3=21/3$ , рассчитанные при двух значениях параметра  $\delta$

На рисунке 2.8 показаны профили волны при асимметричном развитии для четырех последовательных моментов времени. Начальное значение состоит из суммы двух возмущений, которые имеют различные основные частоты. Начальное возмущение имеет вид:

$$U(X,0) = A \operatorname{sech}(\gamma X) + B \operatorname{sech}[g(X+1)], \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial U(X,0)}{\partial t} = 0. \quad (2.7)$$

Здесь основное возмущение имеет амплитуду  $A=1$  и пространственный параметр  $\gamma=1,6$  (соответствует возмущению с низкой основной частотой). Вторичное возмущение, которое отмечено на рис.2.8 как  $b$ , сдвигается влево с определенным шагом по отношению к основному возмущению. Вторичное возмущение имеет амплитуду  $B=0,55$  и пространственный параметр  $g=10$ , что соответствует высокой основной частоте.

На рис. 2.8 видно, что высокочастотное возмущение  $b$  распространяется быстрее, чем основное возмущение, которое имеет меньшую частоту. Например, в положении  $b_2$  и в соответствующий момент времени  $T_2$  максимум возмущения  $b_0$  достиг максимума главного возмущения, а в положении  $b_3$  максимум возмущения  $b_0$  опережает максимум главного возмущения. Это явление объясняется аномальной дисперсией, которая выражается в том, что групповая скорость превышает фазовую.

Пиковое значение основного возмущения уменьшилось от начальной амплитуды  $A=1$  в момент  $T_0$  до  $A \approx 0,2$  в момент  $T_3$ . С другой стороны амплитуда

возмущения  $b_0$  уменьшается более существенно, от  $B=0,55$  в момент  $T_0$  до  $B \approx 0$  в момент  $T_3$ .

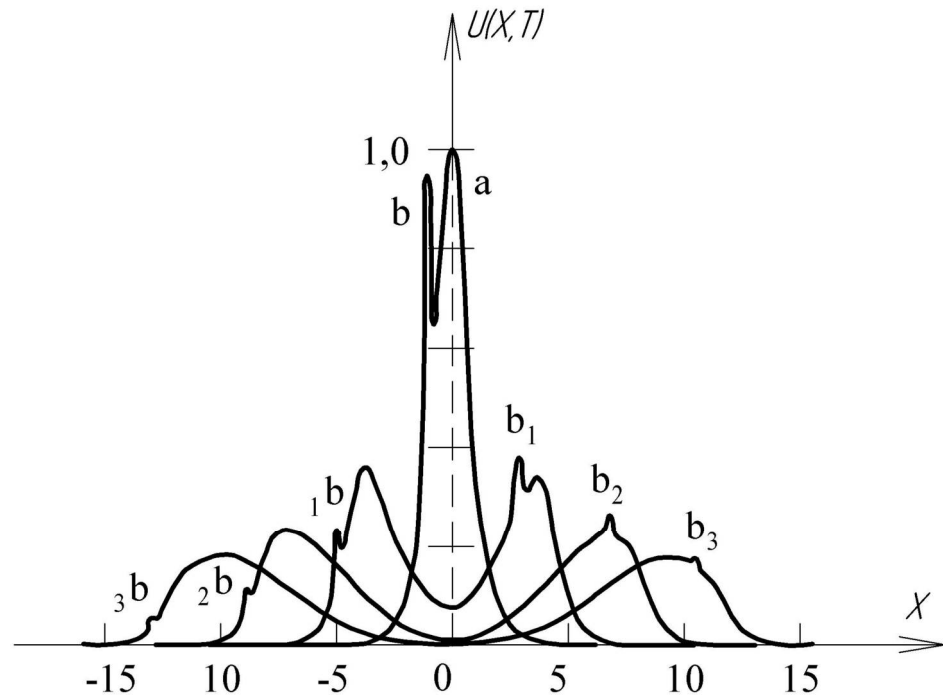


Рис.2.8. Мгновенные профили волны при  $\delta=0,5$ ,  $\gamma=1,6$ ,  $g=10$ ,  $A=1$ ,  $B=0,55$ , в моменты времени  $T_0 = 0$ ,  $T_1 = 15/4$ ,  $T_2 = 30/4$ ,  $T_3 = 45/4$ . Маркеры  $b_i$  указывают положение пика  $b_0$  при распространении возмущения вправо,  $b$  - при распространении возмущения влево.

В главе приводится пример применения найденных соотношений при постановке эксперимента по определению динамических характеристик материалов методом Гопкинсона-Кольского. Поскольку метод основан на предположении распространения упругой недиспергирующей волны в стержне, наличие в стержне повреждений может оказывать значительное влияние на точность получаемых результатов.

В случае нелинейного вязко-упругого материала уравнение (2.2) примет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - C_0^2 \left[ 1 + \alpha_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right] \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial u}{\partial t} = \beta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (2.8)$$

Решения уравнения (2.8) находятся численно при различных значениях входящих в него параметров. На Рис.2.9 – 2.12 показаны зависимости амплитуды волны от времени при различных значениях  $\nu$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_0$ ,  $\beta_{1,2}$ .

Из анализа графиков видно, что наибольшее влияние на ударный фронт волны при высоких частотах, оказывают коэффициенты затухания  $\nu$  и коэффициент повреждения  $\alpha$ . В свою очередь коэффициенты  $\alpha_0$  и  $\beta_{1,2}$  особого влияния в высокочастотном диапазоне не оказывают.

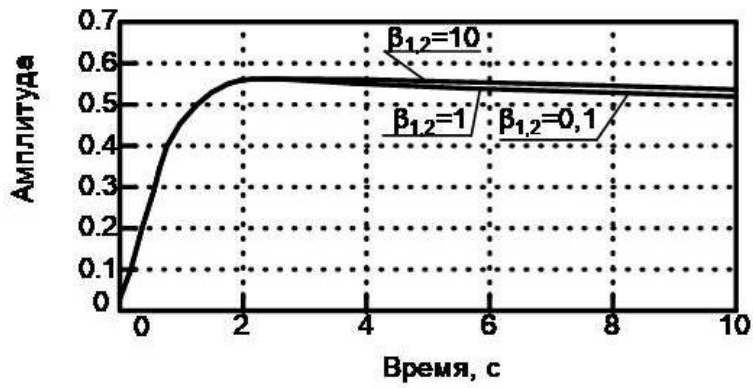
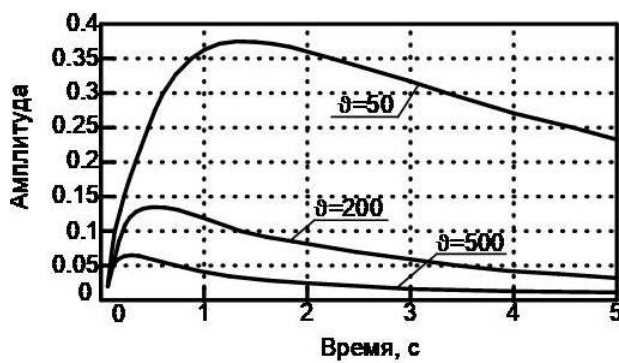
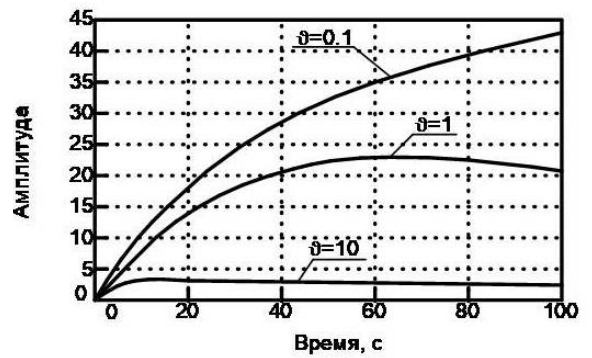


Рис.2.9. Зависимости амплитуды волны от времени при различных значениях  $\beta_{1,2}$ .



а)



б)

Рис.2.10. Зависимости амплитуды волны от времени при различных значениях  $\nu$ :  $\nu = (50; 200; 500)$  (а) и  $\nu=(0.1; 1; 10)$  (б)

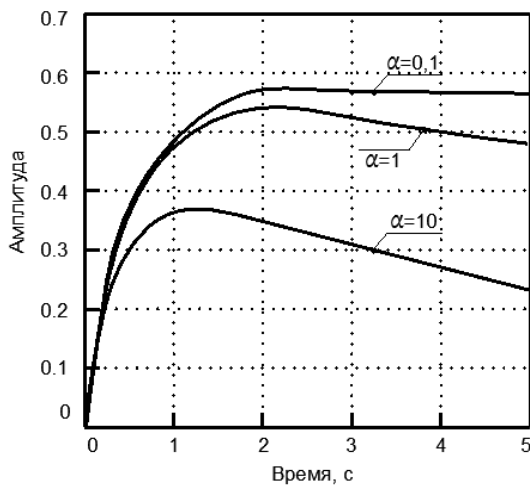


Рис.2.11. Зависимости амплитуды волны от времени при различных значениях  $\alpha$ .

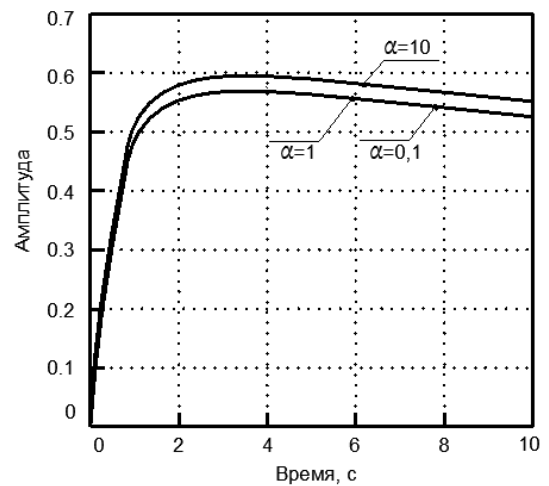


Рис.2.12. Зависимости амплитуды волны от времени при различных значениях  $\alpha_0$ .

В главе рассматривается влияние механических напряжений на свойства распространяющихся в материале упругих акустических волн. Динамика стержня с учетом напряжений и поврежденности его материала описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - C_o^2 \left(1 + \frac{\sigma}{E}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \beta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} + \alpha \psi = \beta_2 E \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases}, \quad (2.9)$$

Здесь  $\sigma$  – механическое напряжение, определяемое соотношением  $\sigma = 6g \frac{\partial u}{\partial x}$ ,

где через  $g = \frac{E}{2} + \frac{v_1}{6}(1-2\nu) + v_2(1-2\nu) + \frac{4}{3}v_3$  обозначен коэффициент, характеризующий геометрическую и физическую упругие нелинейности стержня;  $V_{1,2,3}$  – упругие модули Ламе третьего порядка;  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Для большинства металлов и их сплавов  $g < 0$ .

При  $\sigma < 0$  фазовая скорость волны уменьшается, а затухание растет с ростом напряжения, это происходит как в низкочастотном, так и в высокочастотном диапазонах.

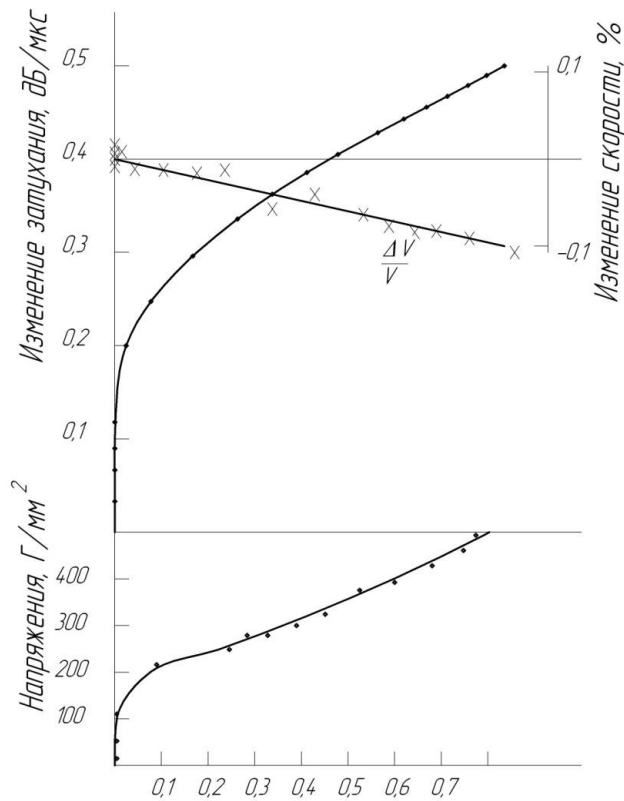


Рис.2.13. экспериментальные зависимости затухания, скорости изменения продольной волны и напряжения от деформации для монокристалла алюминия

На рис.2.13 приведены экспериментальные зависимости затухания, скорости изменения продольной волны и напряжения от деформации для монокристалла алюминия (частота упругих волн 10 МГц).

### Глава 3: Анализ работы поврежденных объектов на упругом основании.

В третьей главе приводится анализ систем, расположенных на упругом основании. Рассматривается процесс распространения волны в поврежденной струне, лежащей на упругом основании. Конструкцией с нулевой поперечной жесткостью, «опертой» на упругое основание, можно считать контактный провод, вдоль которого движется токоприемник (рис.3.1).

Известно, что в таких направляющих существует так называемая зона непропускания, где действительным частотам не соответствуют действительные волновые числа. При превышении частоты «отсечки» колебания направляющей носят волновой характер. Как показали проведенные исследования, при наличии поврежденности в струне, несмотря на отсутствие диссипации энергии, в области пропускания существуют волны с комплексными волновыми числами (комплексные волны - КВ). Появление в направляющих с поврежденностью КВ является одной из важнейших особенностей таких структур. Установлен диапазон частот, где дисперсия проявляется аномальным образом.

Проведен расчет дисперсионных характеристик одномерной упругой системы с поврежденностью. В качестве направляющей выберем струну, лежащую на упругом основании модели Винклера. Поперечные колебания струны удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_{\perp}^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \omega_0^2 u = \beta_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} + \alpha \psi = \beta_2 N \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases} \quad (3.1).$$

Здесь  $u(x,t)$  – поперечное смещение струны,  $\psi(x,t)$  – функция поврежденности,  $c_{\perp} = \sqrt{N/\rho}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{k/\rho}$ ,  $N$ ,  $\rho$  – натяжение и погонная плотность струны,  $k$  – коэффициент упругости основания,  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  – коэффициенты, характеризующие поврежденность.

Система (3.1) может быть сведена к одному уравнению относительно поперечного перемещения частиц струны, которое в безразмерных переменных

$U = u/u_0$ ,  $y = x/X$ ,  $\tau = t/T$ ,  $X = \frac{c_{\perp}}{\alpha\sqrt{\delta}}$ ,  $T = \frac{1}{\alpha\delta}$ ,  $\delta = 1 + \frac{\beta_1\beta_2\rho}{\alpha}$  будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\omega_0^2}{\alpha^2 \delta^2} U + \delta \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} - \frac{\partial^3 U}{\partial y^2 \partial \tau} + \frac{\omega_0^2}{\alpha^2 \delta} \frac{\partial U}{\partial \tau} = 0 \quad (3.2)$$

На рис. 3.2 (а,б) представлены зависимости действительной и мнимой частей волнового числа от частоты при  $\tilde{\omega}_0 = 1$  и различных параметрах  $\delta$ .

Для высоких частот степень затухания определяется только параметром поврежденности  $\delta$ .

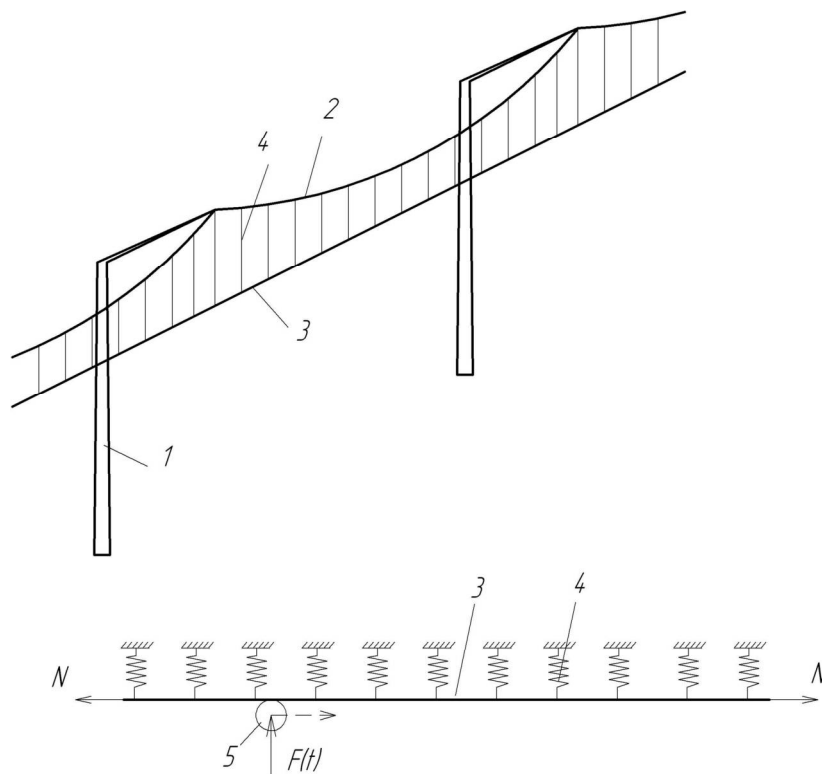


Рис. 3.1. Принципиальная схема контактной сети (а), и расчетная схема движения токоприемника (б). 1 – опорная стойка, 2 – несущий трос, 3 – контактный провод, 4 – подвеска, 5 – подвижная нагрузка (токоприемник).

Зависимости фазовой и групповой скоростей от частоты представлены на рис. 3.3 (а, б) при  $\tilde{\omega}_0 = 1$  и различных параметрах  $\delta \in [0;1]$ .

С увеличением частоты фазовая и групповая скорости имеют своим пределом величину  $1/\sqrt{\delta}$ . Если поврежденность в струне на упругом основании отсутствует ( $\delta=1$ ), то имеет место нормальная дисперсия, когда фазовая скорость превосходит групповую во всем диапазоне частот. В противном случае ( $0 < \delta < 1$ ), для частот выше  $\tilde{\omega}_*$  (рис. 3.4), возникает аномальная дисперсия ( $\tilde{V}_{ph} < \tilde{V}_{gr}$ ).

Уравнение (3.2) упрощается таким образом, чтобы для больших частот степень затухания определялась только параметром поврежденности  $\delta$  в соответствие с формулой:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \tilde{\omega}_0^2 U + \frac{(1-\delta)}{\sqrt{\delta}} \frac{\partial U}{\partial \tau} = 0 \quad (3.3)$$



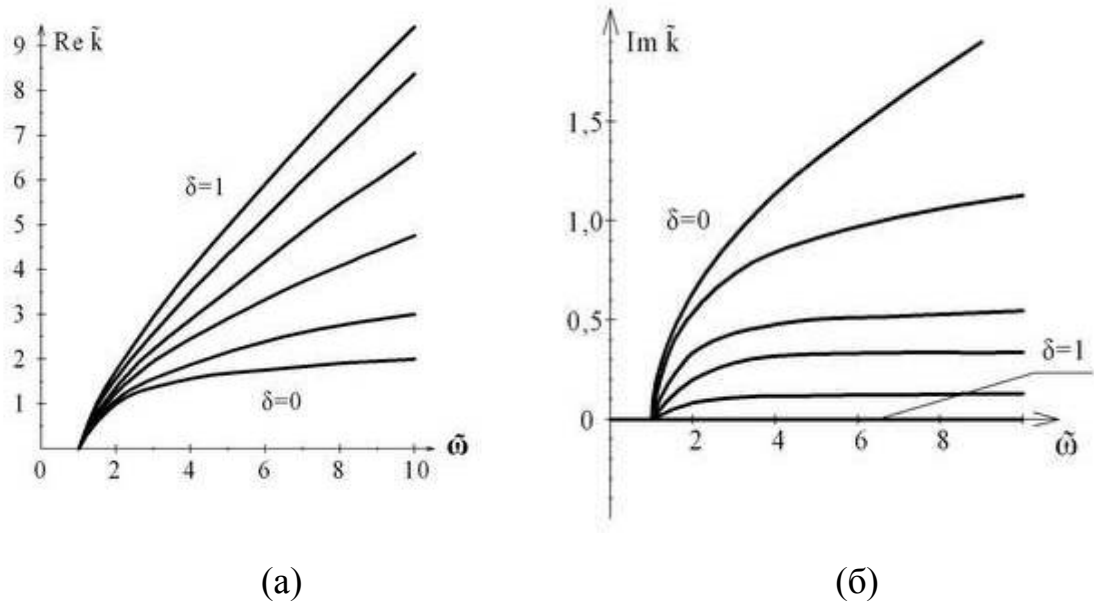


Рис. 3.2. Зависимости действительной и мнимой частей волнового числа от частоты при  $\bar{\omega}_0 = 1$  и различных параметрах  $\delta$ .

Пусть вдоль струны по равномерному закону движется нагрузка, представляющая собой массу  $m$ , на которую действует постоянная поперечная сила  $G$ . В движущейся точке контакта выполняются условия непрерывности:

$${}^0U(\tau) = {}^I U(\tilde{V}\tau, \tau) = {}^{II} U(\tilde{V}\tau, \tau) \quad (3.4)$$

и баланс сил:

$$\begin{cases} m^0 \dot{U} = \frac{\rho c_{\perp}}{\alpha \delta \sqrt{\delta}} [U_y + \tilde{V} \delta U_{\tau}]_{\tau=0}^{\tau+0} - \frac{G}{u_0 \alpha^2 \delta^2} \\ m \dot{\ell} = -\frac{\rho u_0^2}{2\delta} [\delta U_{\tau}^2 + U_y^2 + 2\tilde{V} \delta U_{\tau} U_y]_{\tau=0}^{\tau+0} + \frac{Q}{\alpha^2 \delta^2} \end{cases} \quad (3.5)$$

На рис. 3.5 приведены качественные зависимости силы давления волн ( $\tilde{F}_{pr} = F_{pr} \rho c_{\perp}^2 / G^2$ ) от скорости движения нагрузки  $\tilde{V}$ . При отсутствии повреждённости ( $\delta = 1$ ) для  $\tilde{V} < 1$  имеем  $F_{pr} \equiv 0$ . В этом случае  $\tilde{V} = 1$  является «резонансным» значением скорости, сопровождающейся неограниченным ростом  $F_{pr}$  (кривая 1, рис. 3.5). Начиная с него в системе происходит излучение волны, бегущей вслед за нагрузкой, подобно эффекту Вавилова-Черенкова. Наличие повреждённости приводит всегда к отличной от нуля силе давления волн. Постоянная составляющая сил давления волн в

зависимости от скорости движения нагрузки может быть как положительной, так и отрицательной (кривая 2, рис. 3.5).

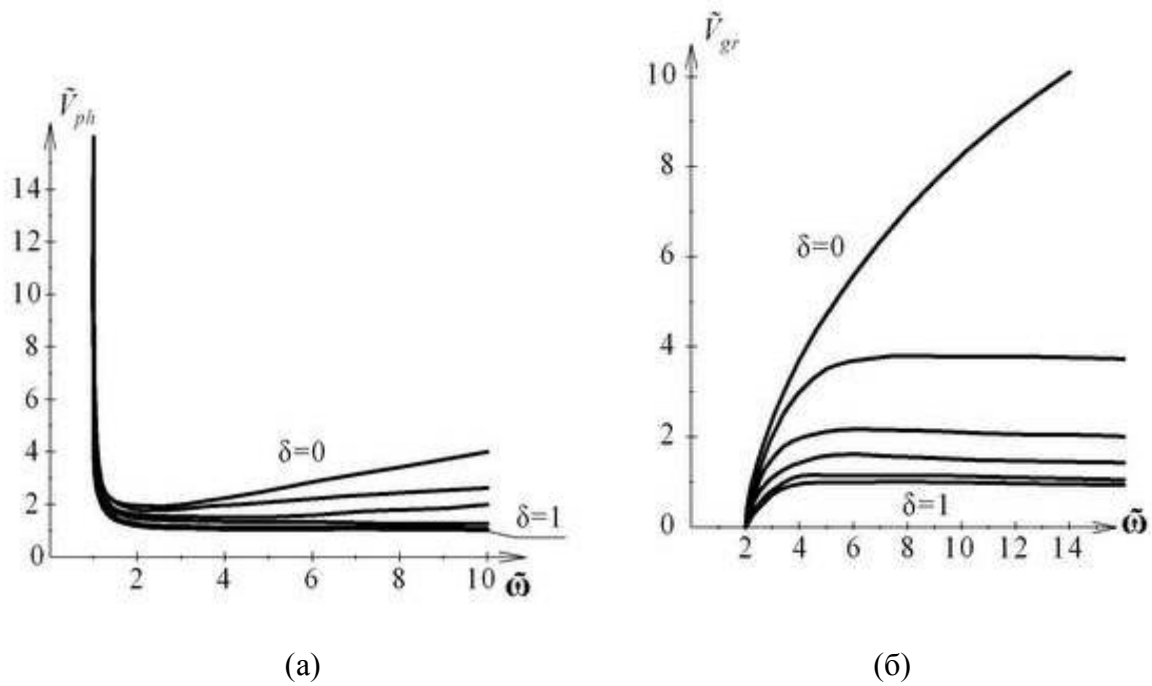


Рис. 3.3. Зависимости фазовой и групповой скоростей от частоты при  $\tilde{\omega}_0 = 1$  и различных параметрах  $\delta \in [0; 1]$ .

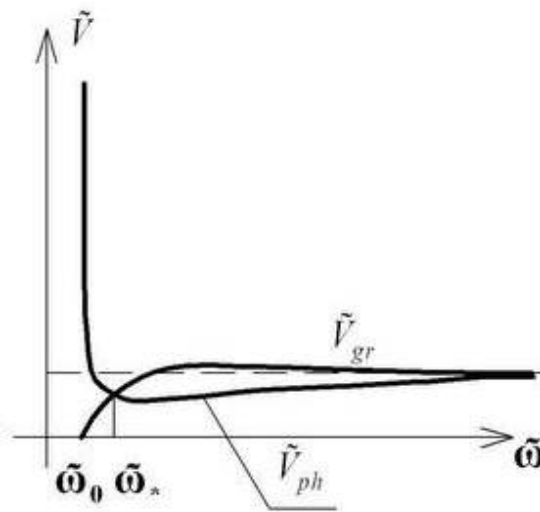


Рис. 3.4. Зависимости фазовой и групповой скоростей от частоты.

Таким образом, в результате излучения волн движущимся по направляющей с повреждённым источником силы, появляется горизонтальная составляющая силы реакции со стороны направляющей, которая может быть направлена как в сторону движения нагрузки, т.е. способствовать её движению, так и против, т.е. оказывать сопротивление движению нагрузки.

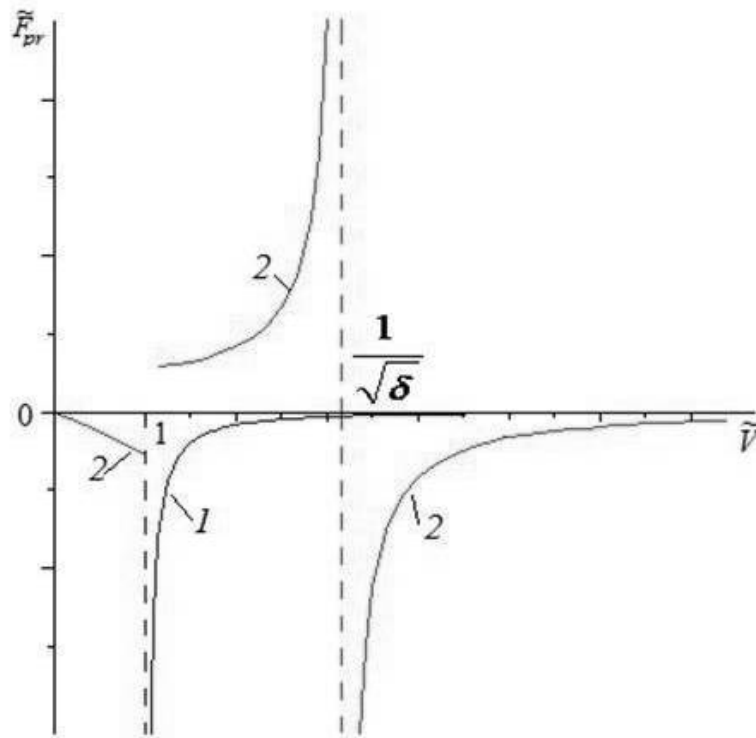


Рис.3.5. Зависимости силы давления волн от скорости движения нагрузки.

**В заключении** приводятся основные результаты и выводы по работе.

**Основные результаты диссертации:**

1. На основе анализа самосогласованной математической модели, включающей в себя уравнение динамики стержня и уравнение поврежденности его материала, показано, что:
  - поврежденность материала существенно влияет на искривление мгновенного профиля продольной упругой волны, а также на ее затухание в различных частотных диапазонах;
  - в поврежденном материале скорость волны является частотно-зависимой величиной, при малых частотах эта скорость ниже;
  - в поврежденном материале наблюдается аномальная дисперсия продольной упругой волны, а также возможны случаи возникновения отрицательных групповых скоростей.
2. Определено, что баланс между упругой нелинейностью и диссипацией, вызванной поврежденностью материала, может привести к формированию локализованной слабой ударной волны деформации. Ширина ударной волны будет расти, а ее скорость будет уменьшаться с увеличением параметра, характеризующего поврежденность материала.
3. Проанализировано влияние поврежденности на колебания струны, расположенной на упругом основании. Установлено, что наличие

поврежденности в струне, несмотря на отсутствие диссипации энергии, приводит в области пропускания к существованию волн с комплексными волновыми числами (комплексные волны). Учет поврежденности приводит к увеличению качественно-различных случаев поведения упругой системы и делает ее профиль несимметричным относительно движущейся нагрузки. Найдены амплитуды излучаемых волн и сил в движущемся контакте. Показано, что в результате излучения волн движущимся по направляющей с поврежденностью источником силы, появляется горизонтальная составляющая силы реакции со стороны направляющей, которая может быть направлена как в сторону движения нагрузки, т.е. способствовать её движению, так и против, т.е. оказывать сопротивление движению нагрузки.

### **Список основных работ по теме диссертации**

#### **I. Публикации в журналах, рекомендованных ВАК РФ**

1. **Хазов, П.А.** Мгновенные жесткости упруговязкопластической среды / Г. А. Маковкин, Б. Б. Лампси, П. А. Хазов, С. М. Синягин // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2012. – № 1. – С. 16-21.
2. **Хазов, П.А.** Дисперсия и затухание акустической волны, распространяющейся в поврежденном материале / В. И. Ерофеев, Е. А. Никитина, П. А. Хазов // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2014. – № 4. – С. 22-28.
3. **Хазов, П.А.** Влияние поврежденности материала на эволюцию акустической волны / В. И. Ерофеев, П. А. Хазов // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2015. – № 2. – С. 32-41.
4. **Хазов, П.А.** Анализ дисперсионных свойств упругой волны, распространяющейся в поврежденной струне, лежащей на упругом основании / В. И. Ерофеев, Е. Е. Лисенкова, П. А. Хазов // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2016. – № 1. – С. 45-50.

#### **II. Публикации в других научных журналах, сборниках научных трудов и трудах конференций:**

5. **Хазов, П.А.** О необходимости разработки методик расчетной оценки усталостной долговечности подкрановых балок / Г. А. Маковкин, П. А. Хазов // Великие реки-2012 : 14 Междунар. науч.-пром. форум : тр. конгр. В 2 т. Т. 1 / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2013. – С. 192-195.
6. **Хазов, П.А.** Анализ инженерных методов расчета металлических конструкций на усталость / Б. Б. Лампси, П. А. Хазов // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук : сб. науч. тр. / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2013. – Вып. 16. – С. 200-203.

7. **Хазов, П.А.** Сравнительный анализ расчетных схем стальной двутавровой балки под мостовой кран тяжелого режима работы / П. А. Хазов // Великие реки-2013 : 15 Междунар. науч.-пром. форум : тр. конгр. В 2 т. Т. 1 / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2014. – С. 206-210.
8. **Хазов, П.А.** Исследование процессов многоциклового усталости / Б. Б. Лампси, П. А. Хазов // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук : сб. науч. тр. / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2014. – Вып. 17. – С. 155-159.
9. **Хазов, П.А.** О влиянии поврежденности материала на параметры продольной акустической волны / В. И. Ерофеев, Е. А. Никитина, П. А. Хазов // Инженерно-физические проблемы новой техники : XI Всерос. совещ.-семинар, 15-17 апреля 2014 г. / МГТУ им. Н.Э.Баумана. – Москва, 2014. – С. 179-182.
10. **Хазов, П.А.** Эволюция акустической волны, распространяющейся в поврежденном материале / В. И. Ерофеев, А. О. Мальханов, Е. А. Никитина, П. А. Хазов // Моделирование динамических систем : сб. науч. тр. – Нижний Новгород : Интелсервис, 2014. – Вып. 4. – С. 21-25.
11. **Хазов, П.А.** Определение частот собственных колебаний многоэтажных зданий / П. А. Хазов, О. М. Кофорова // Евразийский союз ученых. – 2014. – № 4. – С. 83-86.
12. **Хазов, П.А.** Энергетическое обоснование процессов многоциклового усталости / П.А. Хазов, Б.Б. Лампси // 16-й Международный научно-промышленный форум «Великие реки-2014». Труды конгресса. В 3т. Том1.Н.Новгород:ННГАСУ,2015. С. 205-209.
13. **Хазов, П.А.** Анализ распространения акустической волны в поврежденных материалах и элементах конструкций / В. И. Ерофеев, П. А. Хазов // Великие реки-2014 : 16 Междунар. науч.-пром. форум : тр. конгр. В 3 т. Т. 1 / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2015. – С. 209-213.
14. **Хазов, П.А.** Влияние поврежденности материала на эволюцию продольной упругой волны / Е.А. Никитина, В. И. Ерофеев, П. А. Хазов, Ш. Мамаев // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Сборник научных трудов (Казань, 20-24 августа 2015 г.). – Казань: Изд-во Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. – С.2766-2768.
15. **Хазов, П.А.** Методы определения собственных частот многоэтажных зданий / Б. Б. Лампси, П. А. Хазов, О. М. Кофорова, А. А. Генералова // Вестник волжского регионального отделения российской академии архитектуры и

строительных наук / Нижегор. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2016. – № 19. – С. 176-180.

16. **Хазов, П.А.** Сравнительный анализ расчетных схем фундаментов каркасного монолитного здания / П. А. Хазов, О. М. Кофорова // 13 Междунар. науч.-пром. форум : тр. конгр. В 2 т. Т. 1 / Нижегор. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2016. – С. 79-83.

17. **Хазов, П.А.** Особенности распространения и рассеивания продольной акустической волны в поврежденном материале / П. А. Хазов // Труды научного конгресса 13 Российского архитектурно-строительного форума / Нижегор. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2016. – С. 75-79.

18. **Хазов, П.А.** Влияние характеристик упругого основания на частоты и формы собственных колебаний многоэтажного здания / П. А. Хазов, О. М. Кофорова // Процессы в геосредах. – 2016. – № 8. – С. 47-51.

19. **Хазов, П.А.** Влияние поврежденности материала на дисперсию, диссипацию и нелинейность акустических волн / В. И. Ерофеев, Е. А. Никитина, П. А. Хазов // Вестник научно-технического развития. – 2016. – № 5. – С. 3-11.